Corrigé

1. On pose $u'(x) = (8x+2)^2$ et $v(x) = 2x$. u est donc définie par $u(x) = \frac{1}{24}(8x+2)^3$ et, pour tout réel x, $v'(x) = 2$. u et v sont dérivables, donc continues sur $\mathbb{R}$, et u' et v' sont dérivables, donc continues sur $\mathbb{R}$. Par intégration par parties, on obtient $\int_{-1}^{1} 2x(8x+2)^2\,\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{12}x(8x+2)^3\right]_{-1}^{1} - \int_{-1}^{1} \frac{1}{12}(8x+2)^3\,\mathrm{d}x$.
   Or, $x \mapsto \frac{1}{12}(8x+2)^3$ est une fonction continue sur $\mathbb{R}$ et admettant donc une primitive.
   Elle admet pour primitive la fonction $F\colon x \mapsto \frac{1}{384}(8x+2)^4$.
   D'où $I = \left[\frac{1}{12}x(8x+2)^3\right]_{-1}^{1} - \left[\frac{1}{384}(8x+2)^4\right]_{-1}^{1} = \frac{128}{3}$.
   Remarque : Il est aussi possible de développer l'expression de départ et de déterminer ensuite une primitive de cette forme développée.

2. On pose $u'(x) = (8x+2)^5$ et $v(x) = -x$. u est donc définie par $u(x) = \frac{1}{48}(8x+2)^6$ et, pour tout réel x, $v'(x) = -1$. u et v sont dérivables, donc continues sur $\mathbb{R}$, et u' et v' sont dérivables, donc continues sur $\mathbb{R}$. Par intégration par parties, $\int_{-2}^{1} -x(8x+2)^5\,\mathrm{d}x = \left[-\frac{1}{48}x(8x+2)^6\right]_{-2}^{1} - \int_{-2}^{1} -\frac{1}{48}(8x+2)^6\,\mathrm{d}x$. Or, $x \mapsto -\frac{1}{48}(8x+2)^6$ est une fonction continue sur $\mathbb{R}$ et admet donc une primitive. Elle admet pour primitive la fonction $F\colon x \mapsto -\frac{1}{2688}(8x+2)^7$.
   D'où $J = \left[-\frac{1}{48}x(8x+2)^6\right]_{-2}^{1} - \left[-\frac{1}{2688}(8x+2)^7\right]_{-2}^{1} = -\frac{2041392}{7}$.